

# 基于组合投资理论与主用户 QoS 保证的认知系统资源分配算法

梁辉, 赵晓晖

(吉林大学 通信工程学院, 吉林 长春 130012)

**摘要:** 受组合投资理论的启发, 提出了一种既利用历史信道状态信息, 同时又有效保证主用户不受次系统传输所产生干扰的新的资源分配算法。该算法以系统速率的方差作为优化目标, 同时通过引入用户间干扰门限来衡量次系统对主用户造成的干扰, 并利用二次规划的方法对该问题进行求解。最后, 给出经典算法与本算法的性能比较, 仿真结果表明该算法在保证次系统传输速率保持在一定的期望速率的条件下, 使其方差最小, 同时又使主用户所受的干扰限定在所能承受的范围之内。

**关键词:** 认知无线电; 资源分配; 组合投资; 用户间干扰; 主用户 QoS

中图分类号: TN929.5

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2011)11-0044-07

## Portfolio selection and primary user QoS guarantee based resource allocation in cognitive radio networks

LIANG Hui, ZHAO Xiao-hui

(College of Communication Engineering, Jilin University, Changchun 130012, China)

**Abstract:** Inspired by portfolio selection theory, an efficient primary user QoS guaranteed resource allocation algorithm from secondary user interference by using historical channel state information was proposed. This algorithm formulates the risk as optimization objective, and restricts the interference which comes from secondary system to primary users below a mutual interference threshold. Then quadratic programming method is used to solve this optimization problem. Finally, performance comparison between the original algorithm without protection and the proposed algorithm was given. Simulation results illustrate that the proposed algorithm can minimize secondary system risk under an expected transmission rate and guarantee primary user's QoS.

**Key words:** cognitive radio; resource allocation; portfolio selection; mutual interference; primary user QoS

### 1 引言

认知无线电 (CR, cognitive radio) 技术<sup>[1,2]</sup>是近年来为解决稀缺的无线频谱资源日渐紧张与其自身未能有效利用之间矛盾的一项新型技术。该技术的特点是认知系统在保证主用户通信质量的前提下, 可进入授权频段进行灵活的通信。然而由于动态无线通信环境快速变化的特性, 在认知系统中很

难获得实时频谱感知信息与信道状态信息, 因此以往的基于瞬时信道状态信息的资源分配算法已难以满足认知无线电技术从理论走向现实的需要, 一类新型的不依赖于信道实时状态信息的认知无线电资源分配算法已引起了人们广泛的关注。近年来, 已有部分学者开展了相关工作, 并取得了一定进展。

早在 2008 年 Mangoka J. W. 博士等人就已开始

收稿日期: 2011-06-22; 修回日期: 2011-10-29

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (61171079)

**Foundation Item:** The National Natural Science Foundation of China (61171079)

尝试将“组合投资理论”<sup>[3]</sup>应用于认知系统中的资源分配问题中来<sup>[4]</sup>，其主要思想是利用信道状态的历史信息与基于非连续正交频分复用技术的灵活性来保证在动态环境下端到端的服务质量。随后，2009 年 Mangoka J. W. 博士等人又进一步系统化已有的研究成果，提出了一种在多频带认知系统下的统计的资源分配算法<sup>[5]</sup>，该方法联合考虑了在不确定环境下功率控制与空闲频段发现问题。通过观测某一 QoS 参数（如系统吞吐量）的方差，采用类似于组合投资理论中的方法，获得了一种可以保证认知系统可靠通信的功率分配策略。随后，Wysocki T. 等人在此基础上，将主用户活动对认知系统的影响考虑到该问题中来<sup>[6]</sup>，在考虑历史信道状态信息的同时，又考虑了主用户过去占用信道情况的统计信息，同样也达到了较好的效果。最近，Tadasz Wysocki 等人又引进了“均值-方差”概念来衡量认知系统的“风险”（QoS 方差）与回报（QoS 的均值）<sup>[7]</sup>，从而设计了一种基于“均值-方差”概念的认知无线电资源分配算法。

然而，上述文献仅针对认知系统的 QoS 保证而设计资源分配算法，却均未考虑主用户对于由认知系统所引入干扰的承受能力，忽略了对主用户 QoS 的保证。因此，针对出现的这一新问题，本文提出了一种将“组合投资理论”<sup>[3]</sup>与“用户间干扰”<sup>[8]</sup>统一在一个优化模型中进行求解的新型资源分配算法，该算法利用信道历史状态信息，并不需要获得信道的实时状态信息，以认知系统的数据传输速率的方差作为优化目标，把主用户所能承受的最高干扰门限作为约束条件，将原问题抽象为一个含有不等约束条件的二次规划问题，然后利用拉格朗日对偶方法对该问题进行求解。最后，仿真结果表明，本文所提算法在保证认知系统对主用户的干扰在限定门限的前提下，使得认知系统的传输速率方差达到最小。

## 2 算法模型及相关理论基础

### 2.1 系统模型

考虑一个 CR-OFDM 认知无线网络，系统模型如图 1 所示。在该小区内基站同时服务于一个主用户和  $N$  个认知用户，主用户与认知用户共享相邻频段。其中，主用户的信道宽度为  $W_p$  Hz，其两侧各有  $N/2$  个子载波，每个子载波占用  $W_s$  Hz 带宽，各子载波被用来向认知用户进行数据传输。

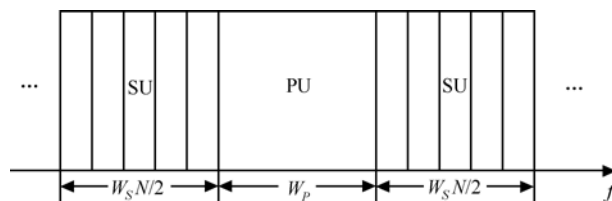


图 1 次用户与主用户共享频谱模型

### 2.2 投资组合理论

投资组合理论<sup>[3]</sup>首先由马科维茨 (Markowitz) 于 1952 年提出的。它研究并回答了在面临各种相互关联的、确定的、特别是不确定结果的条件下，理性投资者应该怎样做出最佳的投资选择。该理论以收益的方差作为风险的度量，并以一极小化风险作为目标，同时使收益达到一个期望的水平。

假设考虑一个金融市场，其中  $N$  为待投资的证券（子载波），定义向量  $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_N]$  为这些投资所对应的收益（即该子载波上的信道容量）。用  $\bar{\mathbf{y}} = E[\mathbf{y}]$  来代表该向量的平均收益， $\Phi$  为相应的方差矩阵，并假设其为正定的。所谓的选择投资即为求得一个向量  $\mathbf{w} \in \mathbf{R}^N$ ，记为  $\mathbf{w}^T \mathbf{e}$ ，其中  $\mathbf{e}$  为一  $N$  个元素的全 1 向量， $w_n$  是对第  $n$  种证券投资所占总投资的比例（各子载波上所分配的功率）。用  $\mathbf{W}$  代表各种投资情况的总集合，对于每一个  $\mathbf{w} \in \mathbf{W}$ ，定义  $y_w = \mathbf{w}^T \mathbf{y}$  作为投资的总收益，同时  $E[y_w] = \mathbf{w}^T \bar{\mathbf{y}}$  为投资的平均收益。

对于一个给定的期望收益  $y_b$ ， $\mathbf{W}_{y_b} = \{\mathbf{w} \in \mathbf{W} \mid \mathbf{w}^T \bar{\mathbf{y}} = y_b\}$  为获得该期望收益  $y_b$  所求得的各种分配方案的集合。因此，该优化问题可归结为寻找  $\tilde{\mathbf{w}}$  使其满足

$$\text{Risk}(\tilde{\mathbf{w}}) = \min \{ \text{Risk}(\mathbf{w}) \mid \mathbf{w} \in \mathbf{W}_{y_b} \} \quad (1)$$

其中， $\text{Risk}(\cdot)$  为风险指标，在 Markowitz 的理论中，该指标为收益的方差。

由此可见，认知系统中的资源分配问题与投资组合理论中要寻找一个最优的组合投资方案非常类似，这里需要寻找这样一组最优的功率分配方案，使认知系统各子载波上总的平均信道速率保持在一个期望速率的水平上，同时使其速率的方差达到最小。

### 2.3 用户间干扰

由于在本文所采用系统中，认知用户使用 OFDM 调制方式进行通信，受其旁瓣衰落的影响，认知用户将对使用相邻频段的主用户造成干扰。定义第  $n$  个子载波上的功率谱密度为

$$\Phi_n(f) = p_n T_s \left( \frac{\sin \pi f T_s}{\pi f T_s} \right)^2 \quad (2)$$

其中,  $p_n$  代表第  $n$  个子载波上的传输功率,  $T_s$  为 OFDM 符号持续时间。则第  $n$  个子载波对主用户的干扰可表示为

$$I_n(d_n, p_n) = \int_{d_n - W_p/2}^{d_n + W_p/2} |g_n|^2 \Phi_n(f) df = p_n I_{F_n} \quad (3)$$

其中,  $g_n$  为第  $k$  个子载波上从基站到主用户的信道增益,  $d_n$  为第  $k$  个子载波到中心频率之间的频谱距离,  $I_{F_n}$  为第  $n$  个子载波对主用户的干扰因子。

因此, 对于主用户来说, 次用户对其产生的干扰应该满足以下条件的限制:

$$\mathbf{I}\mathbf{F}^T \mathbf{P} \leq I_{th} \quad (4)$$

其中,  $\mathbf{I}\mathbf{F}$  为各子载波对主用户产生干扰的干扰因子向量,  $I_{th}$  为主用户所能承受的最大干扰门限。

### 3 基于组合投资与主用户 QoS 保证的资源分配算法

#### 3.1 基于组合投资与主用户 QoS 保证的资源分配算法数学模型的建立

受“组合投资理论”的启发, 将 CR-OFDM 系统中的各个子载波看作组合投资理论中的不同“证券”, 待分配的功率看作“总资产”。因此每一个子载波的“收益”即为该子载波上的信道容量 ( $r_n = \text{lb}(1 + p_n h_n)$ )。所以, 优化目标即为找到这样一组功率分配向量  $\mathbf{P}$ , 使得次用户在平均传输速率保持在一给定期望速率  $r_{des}$  与对主用户的干扰限制在最高干扰门限  $I_{th}$  内的条件下, 系统传输速率的方差  $\text{var}[r]$  最小。由此, 原问题可抽象为如下具有约束条件的优化问题

$$\begin{aligned} \min_p \quad & \text{var}[r] \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} \mathbf{E}[r] = r_{des} \\ \mathbf{I}^T \mathbf{P} = P_{max} \\ \mathbf{I}\mathbf{F}^T \mathbf{P} \leq I_{th} \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

其中,  $\mathbf{E}[r]$  为认知系统传输速率的均值,  $P_{max}$  为认知系统的总额定功率,  $r_{des}$  为认知系统的期望传输速率,  $I_{th}$  为主用户最大可容忍干扰门限,  $\mathbf{I} = [1, \dots, 1_N]^T$ ,  $\mathbf{P} = [p_1, \dots, p_N]^T$ 。

首先, 将目标函数进行适当的变形, 以得到可

以直接利用信道历史状态信息的形式。因为第  $n$  个子载波上的信噪比为

$$g_n = \frac{p_n |h_n|^2}{2\sigma_n} \quad (6)$$

为了便于描述, 定义信道信息为  $H_n = \frac{|h_n|^2}{2\sigma_n}$ , 所

以第  $n$  个子载波上的信噪比可表示为

$$g_n = p_n H_n \quad (7)$$

因此, 各子载波上的信噪比可写成向量  $\mathbf{g} = [p_1 H_1, \dots, p_N H_N]$ , 进而定义如下的矩阵:

$$\Phi = \begin{bmatrix} p_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & p_N \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\mathbf{H} = [H_1, \dots, H_N] \quad (9)$$

由式(8)和式(9)可得:

$$\mathbf{g} = \mathbf{H}\Phi \quad (10)$$

又因为数据速率是一个关于信噪比  $\mathbf{g}$  与误码率 (BER) 的函数, 当给定误码率后, 认知系统总的数据速率可表示为

$$f(\mathbf{g}) = \sum_{n=1}^N \text{lb}(1 + g_n) \quad (11)$$

其中,  $\mathbf{g} = [g_1, \dots, g_N]$ 。因此, 目标函数可写为

$$\text{var}[r] = \text{var}[f(\mathbf{g})] \quad (12)$$

然而, 目标函数式(5)不能提供一个直接的方法来处理信道的历史状态信息, 故需要将其简化以适应问题的需要。根据文献[5]中所提到的方法, 使用“ $\delta$ -逼近”<sup>[9]</sup>来对原问题进行近似。由“ $\delta$ -逼近”的定义式可知, 当给定一个随机变量  $x$ , 以其为自变量的函数的方差可近似表示为

$$\text{var}[f(x)] \approx \text{var}_D[f(x)] = (f'(E[x]))^2 \text{var}[x] \quad (13)$$

因为收益参数 (如  $\mathbf{g}$ ) 是一个向量, 所以其方差的表达式为

$$\begin{aligned} \text{var}[f(\mathbf{g})] &\approx \text{var}_D[f(\mathbf{g})] \\ &= (f'(E[\mathbf{g}]))^2 \text{var}(\mathbf{g}) = \mathbf{g}' \text{var}(\mathbf{g}) (\mathbf{g}')^T \end{aligned} \quad (14)$$

其中,  $\text{var}_D[f(\mathbf{g})]$  代表由“ $\delta$ -逼近”得来的速率  $r$  的方差,  $\mathbf{g}'$  为当  $\mathbf{g} = \mathbf{E}[\mathbf{g}] = \bar{\mathbf{g}}$  时  $f(\mathbf{g})$  的一阶导数, 即

$$\mathbf{g}' = \left[ \frac{\partial f}{\partial \vartheta_1}, \dots, \frac{\partial f}{\partial \vartheta_N} \right] \Big|_{\mathbf{g}=\bar{\mathbf{g}}} \quad (15)$$

假设信道状态信息向量  $\mathbf{H} = [H_1, \dots, H_N]$  为一随机变量，其变化为一平稳过程，由文献[5]中的方法可知该矩阵的均值  $\bar{\mathbf{H}}$  与协方差  $\Sigma$  均为正定的，由此可知该优化问题为凸优化问题。

因此，应用式(10)有：

$$\begin{aligned} \text{var}(\mathbf{g}) &= \text{var}(\mathbf{H}\Phi) \\ &= \text{var}(H_1\Phi_1, \dots, H_N\Phi_N) \\ &= \text{E}[(H_1\Phi_1 + \dots + H_N\Phi_N) - (\bar{H}_1\Phi_1 + \dots + \bar{H}_N\Phi_N)]^2 \\ &= \text{E}[(H_1 - \bar{H}_1)\Phi_1 + \dots + (H_N - \bar{H}_N)\Phi_N]^2 \\ &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \text{E}[(H_i - \bar{H}_i)(H_j - \bar{H}_j)]\Phi_i\Phi_j \\ &= \Phi^T \text{Var}(\mathbf{H})\Phi \\ &= \Phi^T \Sigma \Phi \end{aligned} \quad (16)$$

其中， $\bar{\mathbf{H}} = [\bar{H}_1, \dots, \bar{H}_N]$  为信道信息  $\mathbf{H}$  的均值矩阵， $\Sigma$  为  $\mathbf{H}$  的协方差矩阵。

因为  $\mathbf{g}'$  为一缩放向量，不失一般性，吸收其到功率矩阵中来定义一个功率向量

$$\mathbf{P}\Phi\mathbf{g}' \quad (17)$$

将式(17)及式(16)代入式(14)，可得：

$$\begin{aligned} \text{var}_D[f(\mathbf{g})] &= \mathbf{g}' \text{var}(\mathbf{g})(\mathbf{g}')^T \\ &= \mathbf{g}' \Phi^T \Sigma \Phi (\mathbf{g}')^T \\ &= \mathbf{P}\Sigma\mathbf{P}^T \end{aligned} \quad (18)$$

因此，优化速率方差  $\text{Var}[f(\mathbf{g})]$  即等效为优化  $\text{var}_D[f(\mathbf{g})]$ ，原优化问题转化为

$$\begin{aligned} \min_p \quad & \mathbf{P}\Sigma\mathbf{P}^T \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} \text{E}[r] = r_{\text{des}} \\ \mathbf{I}^T \mathbf{P} = P_{\text{max}} \\ \mathbf{I}\mathbf{F}^T \mathbf{P} \leq I_{\text{th}} \end{cases} \end{aligned} \quad (19)$$

### 3.2 方差最小化情形

在本节中，先从一种简单的情况入手，就不考虑期望传输速率的情况，且认知系统对主用户产生的干扰在给定阈值约束下，使认知系统的传输速率方差最小化问题进行分析，得到如下的优化问题

$$\begin{aligned} \min_p \quad & \mathbf{P}\Sigma\mathbf{P}^T \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} \mathbf{I}\mathbf{F}^T \mathbf{P} \leq I_{\text{th}} \\ \mathbf{I}^T \mathbf{P} = P_{\text{max}} \end{cases} \end{aligned} \quad (20)$$

由于该优化问题包含了不等约束条件，所以需要使用 KKT 条件<sup>[10]</sup>来解决上述问题。该问题的拉格朗日对偶问题<sup>[11]</sup>为

$$L(\mathbf{P}, \lambda, \mu) = \mathbf{P}^T \Sigma \mathbf{P} + \lambda(I_{\text{th}} - \mathbf{I}\mathbf{F}^T \mathbf{P}) + \mu(P_{\text{max}} - \mathbf{I}^T \mathbf{P}) \quad (21)$$

其 KKT 条件为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{P}} &= 2\Sigma\mathbf{P} - \mathbf{I}\mathbf{F}^T \lambda - \mathbf{I}\mu = \mathbf{0} & \textcircled{1} \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= I_{\text{th}} - \mathbf{I}\mathbf{F}^T \mathbf{P} = 0 & \textcircled{2} \\ \frac{\partial L}{\partial \mu} &= P_{\text{max}} - \mathbf{I}^T \mathbf{P} = 0 & \textcircled{3} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

解得最优的功率分配为

$$\mathbf{P}_{\text{min\_var}} = \Sigma^{-1} \left[ \mathbf{I}\mathbf{F}^T \chi + \mathbf{I} \frac{P_{\text{max}} - b\chi}{a} \right] \quad (23)$$

其中，

$$\begin{cases} \chi = \frac{cP_{\text{max}} - aI_{\text{th}}}{bc - ad}, a = \mathbf{I}^T \Sigma^{-1} \mathbf{I}, b = \mathbf{I}^T \Sigma^{-1} \mathbf{I}\mathbf{F}, \\ c = \mathbf{I}\mathbf{F}^T \Sigma^{-1} \mathbf{I}, d = \mathbf{I}\mathbf{F}^T \Sigma^{-1} \mathbf{I}\mathbf{F} \end{cases} \quad (24)$$

由于向量  $\mathbf{P}_{\text{min\_var}}$  表示各子载波最终所分得的功率，因此当其中某一分量的值为负时，不对相应子载波分配功率，从而保证  $P_n \geq 0$  具有相应的物理意义。

### 3.3 均值一方差最大化情形

在本节中，假设不同的认知用户具有不同的数据处理能力与需求。在该情形下，优化目标变为使整个效用函数最大化。即在认知用户对主用户产生干扰在限定条件下，使得认知系统的平均传输速率最大化的同时速率方差最小化。因此，该情形下的“均值一方差”目标函数为

$$u(\mathbf{P}, \eta) = \text{E}[r] - \frac{1}{2} \eta \text{var}[r] \quad (25)$$

其中， $\eta$  为一可调参数，它表示认知系统对网络环境变化剧烈程度的可容忍度，通过  $\eta$ ，可为具有不同容忍能力的认知系统设计不同的目标函数， $\eta$  值越大，表明该系统对网络环境的适应性越低。

采用 3.1 节获得速率方差  $\text{var}[r]$  近似值的方法，用相同的参数来定义  $\text{E}[r]$  相应的近似值

$$\text{E}_D[f(\mathbf{g})] = \mathbf{P}\bar{\mathbf{H}}^T \quad (26)$$

因此，将式(26)代入式(25)中得该情形下的优化

问题为

$$\begin{aligned} \max_P \quad & P\tilde{H}^T - \frac{1}{2}\eta P \Sigma P^T \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} IF^T P \leq I_{th} \\ I^T P = P_{max} \end{cases} \end{aligned} \quad (27)$$

其拉格朗日对偶表达式为

$$\begin{aligned} L(P, \lambda, \mu) = & P\tilde{H}^T - \frac{1}{2}\eta P \Sigma P^T + \\ & \lambda(I_{th} - IF^T P) + \mu(P_{max} - I^T P) \end{aligned} \quad (28)$$

其 KKT 条件为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial P} = \tilde{H} - \eta \Sigma P - IF \lambda - I \mu = 0 & \quad (1) \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = I_{th} - IF^T P = 0 & \quad (2) \\ \frac{\partial L}{\partial \mu} = P_{max} - I^T P = 0 & \quad (3) \end{aligned} \right\} (29)$$

解得最优的功率分配为

$$P_{\text{mean\_var}} = \frac{1}{\eta} \Sigma^{-1} \left[ \tilde{H} - IF \zeta + I \frac{1}{a} (\eta P_{\text{max}} - e + b \zeta) \right] \quad (30)$$

其中

$$\left\{ \begin{aligned} \zeta &= \frac{c \eta P_{\text{max}} - a \eta I_{th} - a f}{a d - b c} \\ e &= I^T \Sigma^{-1} \tilde{H}, f = IF^T \Sigma^{-1} \tilde{H} \end{aligned} \right. \quad (31)$$

### 4 算法仿真及性能分析

为了验证所提算法的有效性，进行了计算机仿真实验，比较了本文算法与文献[7]提出的算法对主用户 QoS 的保护情况及系统性能。为了便于观察，选取子载波数为  $N = 4$  的情形进行仿真分析。系统参数设置如下：系统信道带宽为  $B = 1\text{MHz}$ ，多普勒频移为  $f = 30\text{Hz}$ ，系统额定功率为  $P_{\text{max}} = 1\text{W}$ ，信道采用 6 径瑞利信道，最大时延为  $\tau = 5\mu\text{s}$ 。

图 2 所示为在最小方差情形下，任选认知系统中一子载波，观察其不同信道状况下（如表 1 所示），传统未加保护算法与本文所提算法对主用户造成干扰的比较。从图中可以看出，当主用户所能承受的最大干扰门限为  $I_{th} = 0.004$  时，传统算法在一些情况下（如信道状况 2,4,7）已不能保证对主用户的有效保护，而本文所提算法在各种情况下均能满足对主用户所造成干扰均低于最高门限的要求。

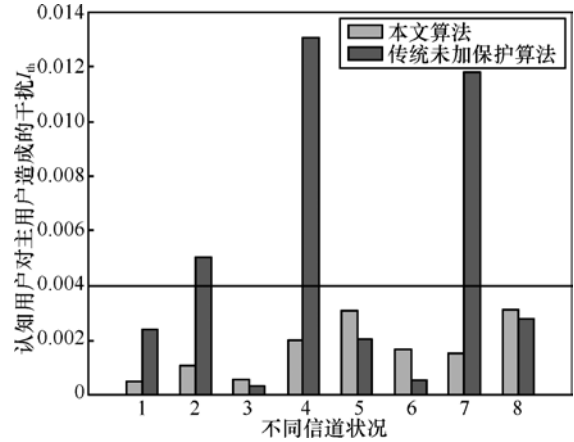


图 2 子载波 3 上对主用户造成的干扰情况

表 1 不同信道状况下的 IF 值

序号	$IF_1$	$IF_2$	$IF_3$	$IF_4$
1	0.006 7	0.056 3	0.050 5	0.010 4
2	0.002 4	0.002 3	0.022 5	0.008 4
3	0.000 6	0.004 4	0.002 1	0.000 2
4	0.000 7	0.012 5	0.018 2	0.000 7
5	0.018 0	0.065 0	0.029 1	0.013 6
6	0.001 4	0.001 4	0.002 2	0.001 5
7	0.018 3	0.086 0	0.054 2	0.014 0
8	0.001 2	0.000 6	0.003 0	0.001 3

在最小方差情形下，当取不同干扰门限  $I_{th}$  时，认知系统传输速率随系统平均信噪比的变化情况如图 3 所示。从图中可以看出，随着系统平均信噪比的增加，认知系统的数据传输速率逐渐增大。而在相同平均信噪比下，当主用户最大容忍干扰门限较高时，相应的认知系统的数据传输速率有所增大，由此可见，认知系统可以根据主用户不同 QoS 要求而较为灵活的调整传输速率。

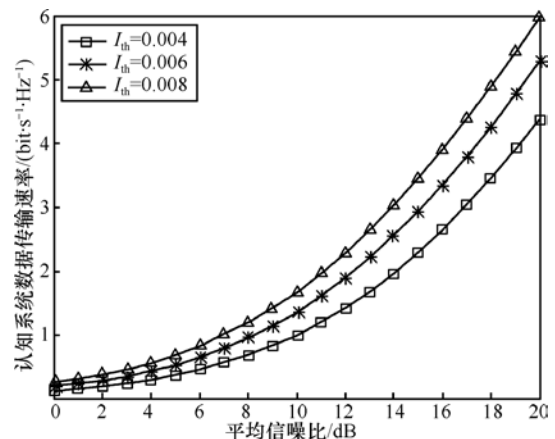


图 3 不同  $I_{th}$  下的认知系统传输速率比较

在方差一均值最大化情形下, 认知系统传输速率随系统参数  $\eta$  与主用户最大可容忍干扰门限  $I_{th}$  的变化情况如图 4 所示。由图中可以看出, 在相同干扰门限下, 随着  $\eta$  取值的增加, 系统传输速率有所降低。这是由于  $\eta$  是代表认知用户对网络环境变化剧烈程度可容忍度的参数, 其取值越大表明此时网络环境变化越剧烈, 故系统传输速率越低。而当  $\eta$  一定时, 随着主用户  $I_{th}$  的增加, 认知系统的传输速率越大。由此可见, 本文算法具有同时对具有不同网络环境变化容忍能力的认知系统提供相应的传输速率与保护主用户不受认知系统传输干扰的性能。

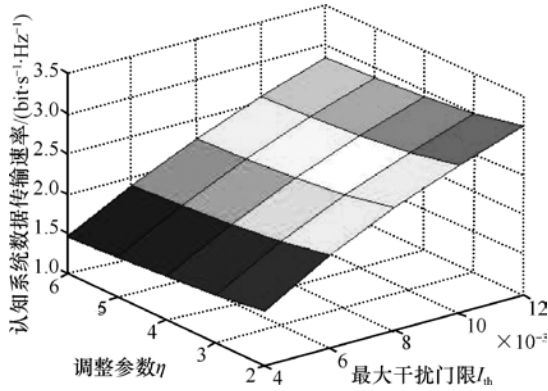


图 4 系统传输速率随参数  $\eta$  与干扰门限  $I_{th}$  变化曲面图

## 5 结束语

本文提出了一种基于“组合投资”理论的可保证主用户 QoS 的认知无线电系统资源分配算法。较以往的基于“组合投资”分配算法相比, 该算法引入了主用户最大可容忍干扰门限这一限制条件, 在保证认知系统稳定、可靠传输的同时, 对同一频段内的主用户进行了有效保护。

## 附录 A 优化问题(式(20))解的证明

下面对优化问题(式(20))进行求解。首先由式(22)中的①可得

$$\mathbf{P} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{I}\mathbf{F}\lambda + \mathbf{I}\mu) \quad (32)$$

将式(32)代入式(22)中的③, 得:

$$P_{\max} - \mathbf{I} \left[ \frac{1}{2} \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{I}\mathbf{F}\lambda + \mathbf{I}\mu) \right] = 0 \quad (33)$$

由式(33)可得 Lagrangian 乘子  $\mu$  表示为

$$\mu = \frac{2P_{\max} - \mathbf{I}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I}\mathbf{F}\lambda}{\mathbf{I}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I}} \quad (34)$$

将式(34)代入式(22)中的②, 得:

$$\begin{aligned} I_{th} - \mathbf{I}\mathbf{F}^T \frac{1}{2} \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \left( \mathbf{I}\mathbf{F}\lambda + \mathbf{I} \frac{2P_{\max} - \mathbf{I}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I}\mathbf{F}\lambda}{\mathbf{I}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I}} \right) &= 0 \Rightarrow \\ \lambda &= \frac{2 \left( \frac{\mathbf{I}\mathbf{F}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I}}{\mathbf{I}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I}} P_{\max} - I_{th} \right)}{\mathbf{I}\mathbf{F}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I} \frac{\mathbf{I}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I}\mathbf{F}}{\mathbf{I}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I}} - \mathbf{I}\mathbf{F}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I}\mathbf{F}} \end{aligned} \quad (35)$$

将式(35)代入式(34), 得:

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{2P_{\max}}{\mathbf{I}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I}} - \frac{\mathbf{I}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I}\mathbf{F}}{\mathbf{I}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I}} \lambda \\ &= \frac{2P_{\max}}{\mathbf{I}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I}\mathbf{F}} - \frac{\mathbf{I}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I}}{\mathbf{I}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I}\mathbf{F}} \cdot \\ &\quad \frac{2 \left( \frac{\mathbf{I}\mathbf{F}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I}}{\mathbf{I}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I}} P_{\max} - I_{th} \right)}{\mathbf{I}\mathbf{F}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I} \frac{\mathbf{I}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I}\mathbf{F}}{\mathbf{I}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I}} - \mathbf{I}\mathbf{F}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I}\mathbf{F}} \end{aligned} \quad (36)$$

为了便于简化, 定义下面几个变量:

$$\begin{cases} \chi = \frac{cP_{\max} - aI_{th}}{bc - ad} \\ a = \mathbf{I}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I} \\ b = \mathbf{I}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I}\mathbf{F} \\ c = \mathbf{I}\mathbf{F}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I} \\ d = \mathbf{I}\mathbf{F}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I}\mathbf{F} \end{cases} \quad (37)$$

由此得到式(33)和式(35)的简化形式

$$\begin{cases} \lambda = 2\chi \\ \mu = \frac{2}{a} (P_{\max} - b\chi) \end{cases} \quad (38)$$

将式(38)代入式(32), 得到最优功率分配为

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{\min\_var} &= \frac{1}{2} \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{I}\mathbf{F}\lambda + \mathbf{I}\mu) \\ &= \frac{1}{2} \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \left[ \mathbf{I}\mathbf{F} 2\chi + \mathbf{I} \frac{2}{a} (P_{\max} - b\chi) \right] \\ &= \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \left[ \mathbf{I}\mathbf{F}\chi + \mathbf{I} \frac{P_{\max} - b\chi}{a} \right] \end{aligned} \quad (39)$$

## 附录 B 优化问题(式(27))解的证明

下面对优化问题(式(27))进行求解。首先由式(29)中的①可得:

$$\mathbf{P} = \frac{1}{\eta} \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\tilde{\mathbf{H}} - \mathbf{I}\mathbf{F}\lambda - \mathbf{I}\mu) \quad (40)$$

将式(40)代入式(29)中的③, 得:

$$P_{\max} - \mathbf{I} \left[ \frac{1}{\eta} \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\tilde{\mathbf{H}} - \mathbf{I}\mathbf{F}\lambda - \mathbf{I}\mu) \right] = 0 \quad (41)$$

由式(40)可得 Lagrangian 乘子  $\mu$  表示为

$$\mu = -\frac{\eta P_{\max} - \mathbf{I}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \tilde{\mathbf{H}} + \mathbf{I}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I}\mathbf{F}\lambda}{\mathbf{I}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I}} \quad (42)$$

将式(42)代入式(27)中的②, 得:

$$\begin{aligned} & I_{\text{th}} - \mathbf{I}\mathbf{F}^T \frac{1}{\eta} \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \cdot \\ & \left( \tilde{\mathbf{H}} - \mathbf{I}\mathbf{F}\lambda + \mathbf{I} \frac{\eta P_{\max} - \mathbf{I}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \tilde{\mathbf{H}} + \mathbf{I}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I}\mathbf{F}\lambda}{\mathbf{I}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I}} \right) = 0 \Rightarrow \\ & \lambda = \frac{\mathbf{I}\mathbf{F}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I} \eta P_{\max} - \eta I_{\text{th}} - \mathbf{I}\mathbf{F}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \tilde{\mathbf{H}}}{\mathbf{I}\mathbf{F}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I}\mathbf{F} - \mathbf{I}\mathbf{F}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I} \frac{\mathbf{I}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I}\mathbf{F}}{\mathbf{I}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{I}}} \quad (43) \end{aligned}$$

为了便于简化, 定义下面几个变量:

$$\begin{cases} \zeta = \frac{c\eta P_{\max} - a\eta I_{\text{th}} - af}{ad - bc} \\ e = \mathbf{I}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \tilde{\mathbf{H}} \\ f = \mathbf{I}\mathbf{F}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \tilde{\mathbf{H}} \end{cases} \quad (44)$$

据此, 可得到新的简化表达式:

$$\begin{cases} \lambda = \zeta \\ \mu = -\frac{1}{a} (\eta P_{\max} - e + b\zeta) \end{cases} \quad (45)$$

将式(45)代入式(40), 得到最优功率分配为

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{\text{mean\_var}} &= \frac{1}{\eta} \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\tilde{\mathbf{H}} - \mathbf{I}\mathbf{F}\lambda - \mathbf{I}\mu) \\ &= \frac{1}{\eta} \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \left[ \tilde{\mathbf{H}} - \mathbf{I}\mathbf{F}\zeta + \mathbf{I} \frac{1}{a} (\eta P_{\max} - e + b\zeta) \right] \quad (46) \end{aligned}$$

### 参考文献:

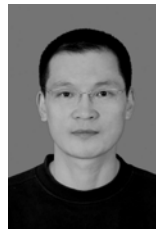
[1] MITOLA J. Cognitive radio for flexible mobile multimedia communications[A]. Proc of the IEEE International Workshop on Mobile

Multimedia Communications99[C]. San Diego, CA, USA, 1999. 3-10.  
 [2] HAYKIN S. Cognitive radio: brain-empowered wireless communications[J]. IEEE Journal on Selected Areas, 2005, 23(2): 201-220.  
 [3] MARKOWITZ H. Portfolio selection[J]. Journal of Finance, 1952, 7(1): 77-91.  
 [4] MWANGOKA J W, BEN LETAIEF K, CAO Z G. Robust end-to-end QoS maintenance in non contiguous OFDM based cognitive radios[A]. Proc of the IEEE International Conference on Communications08[C]. Beijing, China, 2008. 2905-2909.  
 [5] MWANGOKA J W, BEN LETAIEF K, CAO Z G. Statistical resource allocation for multi-band cognitive radio systems[J]. Physical Communication, 2009, 2(1-2): 116-126.  
 [6] WYSOCKI T, JAMALIPOUR A. Portfolio selection based power allocation in OFDM cognitive radio networks[A]. The 3rd International Conference on Signal Processing and Communication Systems09[C]. Omaha, NE, USA, 2009. 1-7.  
 [7] WYSOCKI T, JAMALIPOUR A. Mean-variance based QoS management in cognitive radio[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2010, 9(10): 3281-3289.  
 [8] WEISS T, HILLENBRAND J, KROHN A, *et al.* Mutual interference in OFDM-based spectrum pooling systems[A]. IEEE 59th Vehicular Technology Conference04-Spring[C]. Milan, Italy, 2004. 1873-1877.  
 [9] AGRESTI A. Categorical Data Analysis, 2nd ed[M]. US: Wiley Press, 2002.  
 [10] FRANKLIN J. Methods of Mathematical Economics: Linear and Nonlinear Programming, Fixed-Point Theorems[M]. New York: Springer Press, 1980.  
 [11] BERTSEKAS D P. Nonlinear Programming, 2nd ed[M]. Boston, MA: Athena Scientific Press, 1999.

### 作者简介:



梁辉 (1983-), 男, 吉林长春人, 吉林大学博士生, 主要研究方向为认知无线电系统中的资源分配技术。



赵晓晖 (1957-), 男, 满族, 北京人, 吉林大学教授、博士生导师, 主要研究方向为自适应信号处理理论及在通信中的应用。